Horner Schema – Polynome 4. Grades 2

Eine Möglichkeit zur Berechnung der Nullstellen einer Funktion f(x) wäre die Polynomdivision. Aber auch das sogenannte **Horner-Schema** kann hierbei helfen, die Nullstellen zu berechnen.

Man ermittelt die Nullstelle x_1 durch Berechnung.

Beispiel: $f(x) = 1x^3 + 6x^2 + 8x$ Nullstelle: $x_1 = 0$

a) Übertrage die Koeffizienten in die Tabelle.
b) Ermittle die erste Nullstelle.
c) Trage die Nullstelle in die Tabelle ein.
d) Übertrage den 1. Koeffizienten in die letzte Zeile.
e) Multipliziere den 1 mit 0 und schreibe das Ergebnis unter 6.
f) Bilde die Summe aus 6 und 0 und schreibe sie darunter.
g) Verfahre ebenso mit den beiden nächsten Spalten.
h) Steht am Ende 0, ist die Nullstelle gefunden.
i) Die Tabelle kann je nach Grad des Polynoms erweitert werden.

Nullstelle:	x^3	x^2	x	Absoluter Term
	1	**6**	**8**	**0**
0		0	0	0
	1	**6**	**8**	**0**

Ganzteil-Polynom: $g(x) = 1x^2 + 6x + 8$ Nullstelle: $x_2 = -2$

Gehe genauso vor. (oder p,q-Formel)

	x^2	x	Absoluter Term	
	1	6	8	
-2		-2	-8	
	1	4	0	

Ganzteil-Polynom: $x + 4$ Nullstelle: $x_2 = -4$

L = {-4; -2; 0}

Aufgaben: Bestimme die Nullstellen mit Hilfe des Horner Schemas.

$f(x) = x^4 + x^3 - 4x - 16$ und $f(x) = 0$

$g(x) = x^4 - x^3 - 12x^2 - 4x + 16$ und $g(x) = 0$

$h(x) = x^4 + x^3 - 51x^2 - 49x + 98$ und $h(x) = 0$

$i(x) = 3x^4 - 12x^3 + 12x^2 - 3$ und $i(x) = 0$

Horner Schema – Polynome 4. Grades 2

Lösungen

$f(x) = x^4 + x^3 - 4x - 16$ und $f(x)= 0$
Probe mit $x_1 = -2$ $f(-2) = 16 - 8 + 8 - 16 = 0$
Horner Schema:

	1	1	0	-4	-16
-2		-2	2	-4	16
	1	-1	2	-8	0
2		2	2	8	
	1	1	4	0	

Ganzteil-Polynom: $x^3 - x^2 + 2x - 8$

Ganzteil-Polynom: $x^2 + x + 4$

$x^2 + x + 4 = 0$
mit p,q-Formel lösen: $x_{3,4} = -0{,}5 \pm\sqrt{0{,}25 - 4}$
Der Radikand ist negativ, also keine weitere Nullstelle.
$L = \{-2; 2\}$

$g(x) = x^4 - x^3 - 12x^2 - 4x + 16$ und $g(x)= 0$
Probe mit $x_1 = 1$ $f(1) = 1 - 1 - 12 - 4 + 16 = 0$
Horner Schema:

	1	-1	-12	-4	16
1		1	0	-12	-16
	1	0	-12	-16	0
4		4	16	16	
	1	4	4	0	

Ganzteil-Polynom: $x^3 - 12x - 16$

Ganzteil-Polynom: $x^2 + 4x +$

$x^2 + 4x + 4 = 0$ Binom: $(x + 2)^2 = 0$ also $x_3 = -2$
$L = \{-2; 1; 4\}$

$h(x) = x^4 + x^3 - 51x^2 - 49x + 98$ und $h(x)= 0$
Probe mit $x_1 = -1$ $f(-1) = -1 + 13 - 47 + 35 = 0$
Horner Schema:

	1	1	-51	-49	98
1		1	2	-49	-98
	1	2	-49	-98	0
-2		-2	0	98	
	1	0	-49	0	

Ganzteil-Polynom: $x^3+2x^2-49x-98$

Ganzteil-Polynom: $x^2 - 49$

$x^2 - 49 = 0$ Binom: $(x + 7)(x - 7) = 0$ also $x_3 = -7$ und $x_4 = 7$
$L = \{-7; -2; 1; 7\}$

$i(x) = 3x^4 - 12x^3 + 12x^2 - 3$ und $i(x)= 0$
Probe mit $x_1 = 1$ $f(1) = 3 - 12 + 12 - 3 = 0$
Horner Schema:

	3	-12	12	0	-3
1		3	-9	3	3
	3	-9	3	3	0
1		3	-6	-3	
	3	-6	-3	0	

Ganzteil-Polynom: $3x^3-9x^2+3x+3$

Ganzteil-Polynom: $3x^2 - 6x - 3$

$x^2 - 2x - 1 = 0$ mit p,q-Formel lösen: $x_{3,4} = 1 \pm\sqrt{1 + 1}$

$L = \{1 - \sqrt{2}; 1; 1 + \sqrt{2}\}$